Lycée Pilote de Sousse	Devoir de Synthèse n°2	$2^{ème}$ SC
Professeur **SLIMANI A.T.**	05 Mars 2009	Durée : 2heures

EXERCICE N° 1 :(2points)

Répondre par vrai ou faux (sans justification)

1°) Soit r une rotation directe de centre A et d'angle α ($\alpha \in]0,\pi[$)

a- r (A) = A ' et r (B) = B ' alors $\overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{AB}$

b- si r (Δ) = Δ ' alors Δ est parallèle à Δ '

2°) Soit U une suite définie sur IN:

Si $U_2 - U_1 = U_3 - U_2$ alors la suite U est arithmétique.

3 °) Le quatrième terme de la suite U définie sur IN par $U_n = 2\ (3)^n$ est 162 .

Exercice N°2 : (7 points)

On considère la suite U définie sur IN par $U_0 = 0$ et Pour tout n € IN, $U_{n+1} = \frac{2}{3} U_n + 2$.

1. a- Calculer U_1 et U_2

   b- Déduire que U n'est ni arithmétique ni géométrique.

2. Soit la suite V définie sur IN par : $V_n = U_n - 6$.

   a- Montrer que V est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

   b- Exprimer V_n puis U_n en fonction de n.

   c- Déterminer deux termes consécutifs de V_n ayant pour produit $\frac{8192}{19683}$

3- Soient les sommes $S_1 = V_0 + \ldots + V_{n-1}$ et $S_2 = U_0 + \ldots + U_n$.

a- Exprimer S_1 en fonction de n .

b- Déduire S_2 en fonction de n

Exercice N°3 : (5 points)

Soient ABC un triangle direct, ACDE un carré de centre O tel que E soit l'image du point C par la rotation **r** directe de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$ et ABGF un carré de centre O' tel que F soit l'image du point B par la rotation **r'** indirecte de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

On désigne par I et J les milieux respectifs des segments [BC]et[EF] .

1- Montrer que les droites (FC) et (EB) sont perpendiculaires et que FC = BE

2- On déduire que le triangle IOO' est un triangle rectangle et isocèle.

3- Montrer que le quadrilatère JOIO' est carré.

Exercice N°4 : (6 points)

I) Calculer: $A = \cos^2\frac{\pi}{12} + \cos^2\frac{5\pi}{12} + \cos^2\frac{7\pi}{12} + \cos^2\frac{11\pi}{12}$

II) Montrer les égalités suivantes:

1°) $2\cos^2 x + \sin x \, . \cos x = \frac{2 + tgx}{1 + tg^2 x}$

2°) $\frac{\sin\frac{7\pi}{15} + \sin\frac{8\pi}{15}}{\sin\frac{7\pi}{15}} = 2$

3 °) $\cos^6 x + \sin^6 x + 3\cos^2 x \, . \sin^2 x = 1$

III) Soit la fonction définie sur $[0,\pi]$ par: $f(x) = -2\sin^2 x - (\sqrt{3} + 2)\cos x + \sqrt{3}$.

1°) Calculer $f(\frac{\pi}{2})$, $f(0)$ et $f(\frac{3\pi}{4})$.

2°) Soit $\alpha \in [0,\pi]$ tel que $tg\,\alpha = -\sqrt{2}$

a- calculer $\cos\alpha$ et $\sin\alpha$.

b- Déduire $f(\alpha)$

3°) a - Montrer que $f(x) = 2\cos^2 x - (\sqrt{3} + 2)\cos x + \sqrt{3}$.

b – Résoudre dans $[0,\pi]$ l'équation $f(x) = 0$